

EMITATOARE OPTICE

STARE TERMODINAMICA

$$f(p, V, T) = 0$$

Exemplu: Gazul ideal

$$pV - \frac{m}{M}RT = 0$$

$$R = 8.3 \left[J/mol \cdot ^\circ K \right]$$

$$N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \left[mol^{-1} \right]$$

Enrico Fermi, "Thermodynamics"

Starea unui sistem in mecanica este complet descrisa, la un moment de timp dat, de pozitia si viteza fiecarui punct material a sistemului. Pentru un sistem compus din N puncte materiale sunt, deci , necesare cunoasterea a 6N variabile.

Sistemele termodinamice contin un foarte mare numar de puncte materiale (atomi sau molecule), ceea ce face imposibila descrierea lor folosind cele 6N variabile. Din acest motiv, trebuie definit un alt concept de stare a sistemului.

Pentru un sistem care contine o anumita cantitate de substanta m, temperatura T, volumul V si presiunea p sunt marimile fizice care descriu starea termodinamica a sistemului. Ele nu sunt independente; ci sunt legate prin **ecuatia de stare**. Starea termodinamica a unui sistem este deci complet determinata de doua din cele trei cantitati, p, V, T.

Daca, de exemplu, reprezentam (V,p) intr-un sistem de coordonate rectangulare, un punct din planul (V,p) reprezinta o stare termodinamica a sistemului. Daca il fixam pe T, punctele care corespund stari de egala temperatura se afla pe o curba numita izotermala.

Cunoasterea stari termodinamice a unui sistem NU este suficienta pentru a determina starea sa mecanica. Unei stari termodinamice date (de exemplu. temperatura si volum date) corespund o infinitate de stari mecanice ale moleculelor. Din acest motiv noi vom dori sa consideram comportamentul mecanic mediu calculat pe aceasta multime infinita de stari mecanice. De aceasta problema se ocupa **mecanica statistica**.

Printre starile termodinamice ale unui sistem, de importanta particulara sunt starile de echilibru. Starea de echilibru este starea care nu se modifica atita timp cit conditiile externe ramin neschimbate.

Transformarea unui sistem reprezinta trecerea lui , in timp , de la o stare initiala la o stare finala printr-o succesiune continua de stari intermediare.

Transformare reversibila este acea transformare in care starile succesive difera infinitezimal de stari de echilibru. Prin urmare, starea initiala si starea finala a unei transformari reversibile trebuie sa fie tot stari de echilibru.

Transformarea ciclica este transformarea in care starea initiala si starea finala sunt aceleasi.

Exemplu: Gazul ideal. R = cosntanta universala a gazelor = 8.3 J/(mol*K)

Principiul 1 al termodinamicii

$$\Delta U + L = Q$$

$$dU + dL = dQ$$

$$dU + p dV = dQ$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \neq \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P$$

Principiul 1 al termodinamicii este principiul conservării energiei reformulat pentru sistemele termodinamice.:

Astfel acest principiu spune ca: variația energiei sistemului în timpul unei transformări trebuie să fie egală cu energia pe care sistemul a primit-o de la mediul înconjurător.

Ce înseamnă “energie a sistemului” și “energie primită de la mediu”?

Caldura este orice formă de energie, de alt tip decât cea mecanică, care se furnizează sistemului din exterior.

Caldura se măsoară în calorii. $1 \text{ cal} = 4.1855 \text{ J}$.

Energia sistemului U depinde doar de starea sistemului și, deci, este o funcție de cele două mărimi alese să reprezinte starea sistemului.

Principiul 1 al termodinamicii

Exemplu

$$\underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV}_{dU} + p dV = dQ \quad (1 - \text{izobar})$$

$$\underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T dp}_{dU} + \underbrace{p \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp}_{pdV} = dQ \quad (2)$$

$$\underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p dV + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_V dp}_{dU} + p dV = dQ \quad (3 - \text{izoterm})$$

$$\text{Capacitate termica} = \frac{dQ}{dT}$$

Exemplu

Consideram o transformare infinitesimală a sistemului, adică o transformare în care variabilele independente variază în cantități infinitesimale. Considerăm că starea sistemului este reprezentată pe o diagramă (V,p).

- Pentru T și V variabile independente avem (1)
- Pentru T și p variabile independente avem (2)
- Pentru V și p variabile independente avem (3)

Capacitate termică: raportul dintre cantitatea infinitesimală de căldură, dQ, absorbită de un corp și creșterea infinitesimală de temperatură, dT, produsă de această căldură.

Dacă corpul are 1g, atunci capacitatea termică se numește căldură specifică.

Dacă corpul are o cantitate de substanță de 1mol, atunci capacitatea termică se numește căldură molară.

Principiul 2 al termodinamicii

O transformare a carei singur rezultat final este sa transfere caldura de la un corp aflat la o anumita temperatura, la un corp aflat la o temperatura mai ridicata, este imposibila.

Principiul 1 stabileste imposibilitatea de a construi o masina care poate crea energie. Dar, el nu introduce nici o limitare in posibilitatea de a transforma o energie dintr-o forma in alta.

Acest lucru este sigur adevarat pentru transformarea unei energii in caldura. Un corp aflat la o anumita temperatura poate fi intotdeauna incalzit prin frecare. Energia electrica poate in totdeauna fi transformata in caldura prin trecerea unui curent electric printr-o rezistenta.

Exista insa cazuri foarte limitate de transformare a caldurii in lucru mecanic.

Numim sursa de caldura la temperatura T , un corp care are peste tot temperatura T si care este conditionat in asa fel incit el poate schimba doar caldura si nu lucru mecanic cu mediul inconjurator.

O transformare a carei singur rezultat final este sa transfere caldura de la un corp aflat la o anumita temperatura, la un corp aflat la o temperatura mai ridicata, este imposibila.

ENTROPIA

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} < 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint \frac{dQ}{T} < 0 \\ \oint \frac{dQ}{T} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Ciclu reversibil} \\ \text{Ciclu reversibil} \end{array} \quad (4)$$

$$(5) \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

$$(6) S(A) = \int_O^A \frac{dQ}{T}$$

Entropia starii A

$$(7) S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

Consideram un sistem S care sufera o transformare ciclica.

Presupunem ca in timpul ciclului, sistemul primeste caldura de la (sau cedeaza caldura spre) o multime de surse avind temperaturile $T_1, T_2, \dots, T_n$. Fie ca cantitatile de caldura schimbate intre sistem si aceste surse sunt $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$. Q va fi considerat pozitiv daca reprezinta caldura primita de sistem si negativ in caz contrar.

In cazul in care sistemul schimba caldura cu o distributie continua de surse, suma trebuie inlocuita cu o integrala calculata de-a lungul intregului ciclu. dQ fiind o cantitate infinitezimala de caldura primita de sistem de la o sursa aflata la temperatura T , relatia (4)

In cazul unui ciclu reversibil, relatia (4) poate fi formulata si in felul urmator. Fie A si B doua stari de echilibru a sistemului S. Consideram o transformare reversibila care duce sistemul din starea initiala A in starea finala B. Integrala (5) se extinde pe cuprinsul transformarii reversibile de la A la B (dQ fiind cantitatea de caldura primita reversibil de sistem la temperatura T). Aceasta integrala are aceeasi valoare pentru orice transformare reversibila de la A la B; deci valoarea ei depinde doar de starile extreme A si B si nu depinde de transformarea reversibila care leaga aceste stari.

Aceasta proprietate ne permite sa definim o noua functie ce depinde doar de starea sistemului: entropia. Daca alegem arbitrar o stare de echilibru O a sistemului pe care o numim stare standard, atunci A fiind o alta stare de echilibru, entropia acesteia va fi data de relatia (6) in care integrala este luata peste o transformare reversibila. Stim deja ca aceasta integrala nu depinde decit de starile O si A si nu de transformarea reversibila aleasa. Deoarece starea standard O este fixata, putem spune ca functia $S(A)$ depinde doar de starea A, motiv pentru care este numita entropia starii A.

Entropia este definita pina la o constanta arbitrara. Principiul 3 al termodinamicii completeaza definitia entropiei si ne permite sa determinam constanta entropiei.

Proprietati Ale Entropiei

$$(8) \begin{cases} S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T} & \text{Transformare reversivila} \\ S(B) - S(A) > \int_A^B \frac{dQ}{T} & \text{Transformare ireversivila} \end{cases}$$

$$(9) \begin{cases} dQ = 0 & \text{Sistem izolat} \\ S(B) > S(A) & \text{Transformare ireversibila intr-un sistem izolat} \\ S(B) = S(A) & \text{Transformare reversibila intr-un sistem izolat} \end{cases}$$

In orice transformare care are loc intr-un sistem izolat, entropia creste daca transformarea este ireversibila. In cazul unei transformari reversibile, entropia **NU** se modifica in timpul transformarii.

Pentru a putea reduce entropia unui sistem, trebuie sa-l deschidem si sa-l punem in contact cu un al doilea sistem. Entropia totala a celor doua sisteme nu poate sa descreasca.

Cind un sistem izolat este in stare de entropie maxima, el nu mai poate suferi nici o transformare deoarece orice transformare ar trebui sa duca la o crestere a entropiei. Deci, starea de maxima entropie este starea cea mai stabila a sistemului izolat.

Principiul 3 al termodinamicii

$$S = k \ln(W) + \text{const.} \quad (10)$$

$$k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} [J/^{\circ}K]$$

$$S(A) = \int_O^A \frac{dQ}{T}$$

$$(11) S(A) = \int_{T=0}^A \frac{dQ}{T}$$

$$(12) S(A) = k \ln W$$

Observatie:

$$S = 0 \Rightarrow W = 1$$

Boltzmann a dovedit ca entropia unei stari a unui sistem termodinamic este legata printr-o relatie simpla de probabilitatea termodinamica, W , a acelei stari (10)

Am evocat deja diferenta dintre notiunea de stare dinamica si stare termodinamica a unui sistem. Aceleasi stari termodinamice ii corespund un numar foarte mare de stari dinamice. In mecanica statistica sunt date criteriile pentru atribuirea unei stari termodinamice date, un numar W al starilor dinamice care-i corespund. Acest numar este numit uzual *probabilitate* a starii termodinamice date, desi, strict vorbind, el este doar proportional cu probabilitatea definita in sens uzual. Aceasta din urma poate fi obtinuta prin impartirea lui W la numarul total de stari dinamice posibile.

In acord cu consideratiile statistice, intr-un sistem izolat au loc doar acele transformari spontane care conduc sistemul in stari de probabilitate mai mare, astfel incit starea cea mai stabila a sistemului va fi starea cu probabilitatea cea mai mare si care este in concordanta cu energia totala a sistemului.

In definitia entropiei intervine o stare initiala O aleasa arbitrar, ceea ce este in concordanta cu arbitrariul constantei aditive din relatia lui Boltzmann.

Principiul 3 al termodinamicii (cunoscut si ca teorema lui Nernst) permite determinarea constantei aditive.

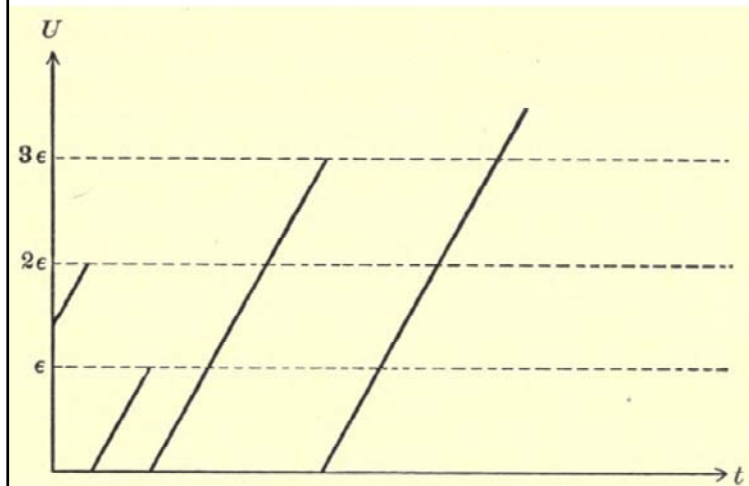
Teorema lui Nernst: Entropia oricarui sistem la zero absolut poate fi totdeauna considerata zero.

Teorema lui Nernst trebuie sa fie interpretata fizic ca semnificand ca toate starile posibile ale sistemului la temperatura $T = 0$ au aceeasi entropie.

Prin urmare, este evident ca vom alege ca stare standard O una din starile sistemului la $T = 0$. Acest lucru ne va permite sa fixam entropia starii standard ca fiind zero (11). In relatia (11), integrala este considerata in lungul unei transformari reversibile dintre orice stare a sistemului la $T = 0$ si starea A . Constanta din relatia lui Boltzmann este deci zero, (12).

Deoarece valoarea lui W este 1 cind entropia este zero, putem interpreta, din punct de vedere statistic, ca starea termodinamica a unui sistem la zero absolut corespunde doar la o singura stare dinamica, care este starea dinamica de cea mai mica energie compatibila cu structura cristalina data sau starea de agregare data a sistemului.

Ipoteza cuantelor a lui Planck



$$U = n \epsilon \quad (13)$$

Un oscilator care absoarbe energie trebuie sa si emita, pentru ca numai asa o stare stationara ar fi posibila.

Planck presupune ca emisia nu are loc in mod continuu, ci ea are loc doar la anumite momente definite de timp, instantaneu, in impuls, si ca emisia de energie se face doar atunci cind energia sa de vibratie, U , este un multiplu intreg de cuante de energie epsilon. Daca oscilatorul chiar emite energie sau daca el continua sa-si creasca energia de vibratie prin absorbtie este considerata o problema de sansa. Daca totusi emisia are loc, intreaga energie de vibratie U este emisa, astfel incit vibratia oscilatorului descreste la zero si apoi creste din nou prin o noua absorbtie de energie radianta.

Determinarea probabilitati termodinamice

$$S(A) = k \log W \quad (14)$$

$$U_N = NU \quad (15)$$

$$S_N = NS \quad (16)$$

$$U_N = NU = Nn\varepsilon = P\varepsilon \quad (17)$$

$$S_N = k \ln W \quad (18)$$

Determinarea probabilitatii termodinamice a unui sistem aflat intr-o anumita stare termodinamica necesita discutii mai complete asupra notiunii de "stare" a unui sistem fizic.

Prin stare a unui sistem fizic, la un anumit moment de timp, intelegem agregarea tuturor cantitatilor independente mutual, care determina unic modul prin care au loc procesele in sistem in decursul timpului, in conditii de frontiera date. Astfel, cunoasterea unei stari este echivalenta cu cunoasterea conditiilor initiale. Trebuie sa facem distinctia intre doua tipuri complet diferite de stari: starile macroscopice si starile microscopice.

Starea microscopica este starea descrisa de un observator mecanic sau electromagnetic; ea contine valori separate ale tuturor coordonatelor, vitezelor si intensitatilor de cimp. Procesele microscopice, in concordanta cu legile mecanice si electromagnetice, au loc intr-o forma perfect determinista; pentru ele, entropia si principiul doi al termodinamicii nu au nici o semnificatie.

Starea macroscopica este cea observata de un observator termodinamic. Orice stare macroscopica contine un numar foarte mare de stari microscopice, pe care observatorul le uneste intr-o valoare medie. Procesele termodinamice au loc intr-o maniera non-ambigua din punctul de vedere al principiului doi a termodinamicii, atunci si doar atunci cind ipoteza haosului elementar este satisfacuta.

Relatia (14) contine o metoda generala de calcul a entropiei S prin consideratii de probabilitate. Aceasta nu are relevanta practica decit daca probabilitatea termodinamica, W , a sistemului aflat intr-o stare data, poate fi calculata.

Plank a efectuat acest calcul introducind notiunea de cuanta de energie.

Energia U a unui rezonator trebuie considerata ca media in timp, ceea ce este acelasi lucru cu media simultana a energiilor unui numar foarte mare, N , de rezonatoare identice, situate in acelasi cimp de radiatie si care sunt suficient de separate incit sa consideram ca nu se influenteaza unele pe altele in mod direct. In acest sens, energia totala, U_N , a sistemului de N rezonatori, va fi (15), ceea ce corespunde la o entropie totala S_N data de relatia (16), unde S reprezinta entropia medie a unui singur rezonator. Entropia S_N depinde de dezordinea in care energia totala U_N este distributa printre rezonatorii individuali. Deci avem relatiile (17) si (18).

Calculul probabilitatii W

$$U_N = P\varepsilon$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tabel 1
7	38	11	0	9	2	20	4	4	5	

$$R = \frac{N(N+1)(N+2)\dots(N+P-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots P} = \frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!} \quad (19)$$

$$N! \approx N^N \quad (20)$$

$$R \approx \frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P} \quad (21)$$

Distributia celor P elemente de energie intre cele N rezonatoare se face intr-un numar finit, intreg si definit. Fiecare forma de distributie este numita (dupa Boltzmann) un “complex”. Daca notam rezonatoarele cu 1, 2, 3,...N, si scriem sub fiecare rezonator numarul de elemente de energie (cuante) alocate lui intr-o anumita distributie, considerata aleator, obtinem pentru fiecare complex o configuratie ca pe tabelul 1. In exemplul nostru am presupus N = 10 si P = 100.

Numarul R de complexe posibile este egal cu numarul de aranjamente pe care le putem obtine in acest fel pentru linia de jos, pentru un N si P date. Pentru claritate, precizam ca doua complexe trebuie sa fie considerate diferite daca configuratia corespunzatoare de numere contine aceleasi numere , dar in alta ordine.

Din teoria combinatiilor, obtinem numarul de complexe posibile (19)

Conform teoremei lui Stirling, avem aproximatia (20), prin care (19) devine (21).

Calculul probabilitatii W

$$\begin{aligned} S_N &= k \ln W = k \ln R = \\ &= k \left\{ (N + P) \ln (N + P) - N \ln N - P \ln P \right\} \\ S_N &= kN \left\{ \left(1 + \frac{P}{N} \right) \ln N \left(1 + \frac{P}{N} \right) - \ln N - \frac{P}{N} \ln N \frac{P}{N} \right\} = \\ &= kN \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \\ S &= k \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon} \right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

Ipoteza de lucru a lui Planck este urmatoarea: pentru ca N rezonatoare sa aiba impreuna energia vibrationala U_N , probabilitatea W trebuie sa fie proportionala cu numarul R al tuturor complexelor posibile formate prin distributia energiei U_N intre cele N rezonatoare. Faptul ca aceasta ipoteza este adevarata, se poate demonstra, in ultima instanta, doar prin experienta.

Conform acestei ipoteze avem, in final, relatia (22)

Legea de deplasare a lui Wien

$$u = \frac{\nu^3}{c^3} f\left(\frac{T}{\nu}\right) \quad (23)$$

$$u^* dv, T, \nu \dots \nu + dv$$

$$u = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U \quad (24)$$

[Planck M., "On the theory of the Energy Distribution Law on the Normal Spectrum", Ann. D. Phys., 1(1900), p.99]

$$U = \nu f\left(\frac{T}{\nu}\right) \quad (25)$$

$$T = \nu f^{-1}\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (26)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} \quad (27) \rightarrow \frac{dS}{dU} = \frac{1}{\nu f^{-1}\left(\frac{U}{\nu}\right)} \quad (28) \rightarrow S = f_1\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (29)$$

Legea de deplasare a lui Wien, cunoscuta si sub denumirea de *teorema lui Kirchoff*, stabileste proportionalitatea dintre puterea radiata si cea absorbita in cazul unui corp incalzit.

Astfel, daca desemnam prin $u^* dv$ densitatea de volum a energiei radiate de un corp aflat la temperatura T , in domeniul spectral cuprins intre ν si $\nu + dv$, atunci avem relatia (23).

Planck a demonstrat intr-un articol [Planck M., "On the theory of the Energy Distribution Law on the Normal Spectrum", Ann. D. Phys., 1(1900), p.99] ca intre densitatea de energie u si energia U a unui rezonator stationar, aflat intr-un cimp de radiatie, si care vibreaza cu aceasi frecventa ν , exista relatia (24).

Din cele doua relatii (23) si (24) rezulta relatia (25), respectiv din (25) rezulta (26).

Pe de alta parte, din relatia (27), care exprima legatura dintre entropie si temperatura unui sistem termodinamic, rezulta relatia (28), respectiv relatia (29).

Relatia (29) arata ca entropia rezonatorului depinde doar de variabila (U/ν) , continind in afara de aceasta variabila doar constante universale. Aceasta este cea mai simpla forma a legii de deplasare a lui Wien.

Expresia cuantei de radiatie

$$S = f\left(\frac{U}{\nu}\right) \quad (30)$$

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\varepsilon}\right) - \frac{U}{\varepsilon} \ln \frac{U}{\varepsilon} \right\} \quad (31)$$

$$\varepsilon = h\nu$$

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{h\nu}\right) - \frac{U}{h\nu} \ln \frac{U}{h\nu} \right\} \quad (32)$$

Daca comparam relatia (30) (legea de deplasare a lui Wien) cu relatia (31) pentru entropie, putem gasi ca , expresia cuantei de energie trebuie sa fie proportionala cu frecventa ν , si pe cale de consecinta avem expresia (32) pentru entropie.

Legea lui Plank

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dU} \quad (33)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{k}{h\nu} \ln \left(1 + \frac{h\nu}{U} \right) \quad (34)$$

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (35)$$

Din relatia (33), folosind expresia entropiei (32) si a cuantei de radiatie obtinem relatia (34), echivalenta cu relatia (35).

Relatia (7) reprezinta legea de radiatie si absortie de energie de catre un corp aflat la temperatura T, pe frecventa niu.

Aceasta lege a fost redescoperita de Einstein prin consideratii de mecanica cuantica, in 1916.

Derivate ale legii lui Planck

$$U = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$h\nu \gg kT$$

$$\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \approx e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

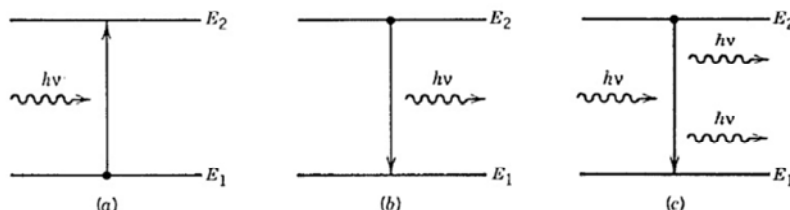
Legea lui Wien

$$h\nu \ll kT$$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

Legea
Rayleigh–Jeans

Absorbția și emisia de lumină



$$h\nu = E_g = E_2 - E_1 \quad \text{Ipoteza lui Bohr}$$

În condiții normale, toate materialele absorb lumina așa cum o și emit.

Procesul de absorbție poate fi înțeles înțelegând că energiile E_1 și E_2 corespund la starea de bază și respective starea excitată a atomilor din materialul absorbant. Dacă energia unui foton, $h \cdot \nu$, a luminii incidente de frecvență ν , este aproximativ egală cu diferența de energie $E_g = E_2 - E_1$, fotonul este absorbit de atom, acesta trecând în starea excitată. Lumina incidentă este absorbită datorită multor asemenea evenimente de absorbție ce au loc în interiorul mediului.

Atomii excitați revin uneori în starea lor de bază și emit lumină în acest proces.

Emisia această de lumină poate avea loc prin două procese fundamentale: emisia spontană și emisia stimulată.

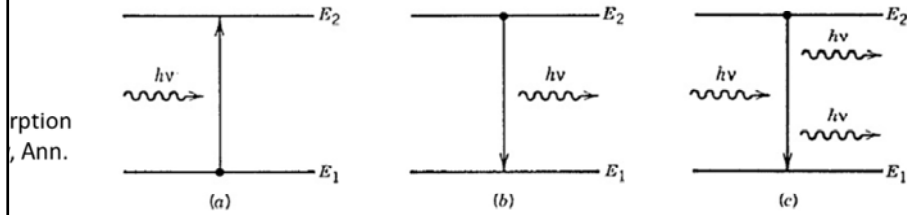
În cazul emisiei spontane, fotonii sunt emiși în direcții aleatorii cu faze care nu sunt corelate între ele.

În cazul emisiei stimulate, emisia este inițiată de un foton existent. Fotonul emis este identic cu fotonul original, atât în energie (deci frecvență) cât și în fază și direcție.

Laserele emit lumină prin procesul de emisie stimulată; lumina emisă de acestea se spune că este coerentă.

LED-urile emit lumină prin procesul de emisie spontană.

Viteza de absorbtia si emisie



$$R_{abs} = B' N_1 \rho_{em} \quad (36), \quad R_{spon} = A N_2 \quad (37), \quad R_{stim} = B N_2 \rho_{em} \quad (38)$$

$$N_2 / N_1 \approx \text{Exp}(-E_g / kT) = \text{Exp}(-h\nu / k_B T) \quad (39)$$

$$A N_2 + B N_2 \rho_{em} = B' N_1 \rho_{em} \Rightarrow \rho_{em} = \frac{A/B}{(B'/B) \exp(h\nu/kT) - 1} \quad (40)$$

$$\rho_{em} = \frac{8\pi h \nu^3 / c^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (41) \Rightarrow A = (8\pi h \nu^3 / c^3) B \text{ si } B' = B \quad (42)$$

Mai intii sa consideram un system atomic cu doua nivele de energie , care interactioneaza cu un cimp electromagnetic prin tranzitii ca cele de pe figura. Daca N_1 si N_2 sunt densitatile de atomi in starea de baza si respectiv excitata, si $\rho_{em}(\nu)$ este densitatea spectrala de energie a cimpului electromagnetic, vitezele emisiei spontane, a emisiei stimulate si a absorbtiei , sunt descresc de relatiile (36) – (38), unde A , B si B' sunt constante. La echilibru termic, densitatile atomice sunt distribuite conform statisticii Boltzmann (39). Deoarece N_1 si N_2 nu se modifica in timp , intr-o stare de echilibru termic, vitezele de tranzitie in sus si in jos pe scara energiilor trebuie sa fie egale, ceea ce conduce la (40).

Pe de alta parte, la echilibru termic ρ_{em} trebuie sa fie identic cu densitatea spectrala a radiatiei corpului negru data prin formula lui Planck (41). Rezulta relatiile (42) dintre constante.

Acestea au fost obtinute de Einstein [A. Einstein, Emission and Absorption of Radiation in Quantum Theory, Ann. D. Phys., 18, 1916, pp.318-323], motiv pentru care A si B se numesc coeficientii lui Einstein.

Concluzii

1. Sursele termice $kT \gg h\nu$

2. Echilibru termic la temperature camerei

$$R_{stim}/R_{spon} = [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1} \ll 1 \quad (43)$$

Laserele functioneaza prin
inversiunea de populatie
 $N_2 > N_1$

$$kT = 25\text{meV}(\text{temp camerei})$$

$$h\nu \approx 1\text{eV}(\text{domeniul vizibil})$$

1. R_{spon} poate fi mult mai mare atit decit R_{stim} cit si decit R_{abs} cu conditia ca $KT > h^*v$. Sursele termice functioneaza in acest regim.
2. Pentru radiatii in domeniul vizibil sau infrarosu apropiat ($h^*v \sim 1\text{ eV}$), emisia spontana intotdeauna domina emisia stimulata, in conditiile unui echilibru termic la temperature camerei ($kT \sim 25\text{ meV}$), este verificata relatia (43).

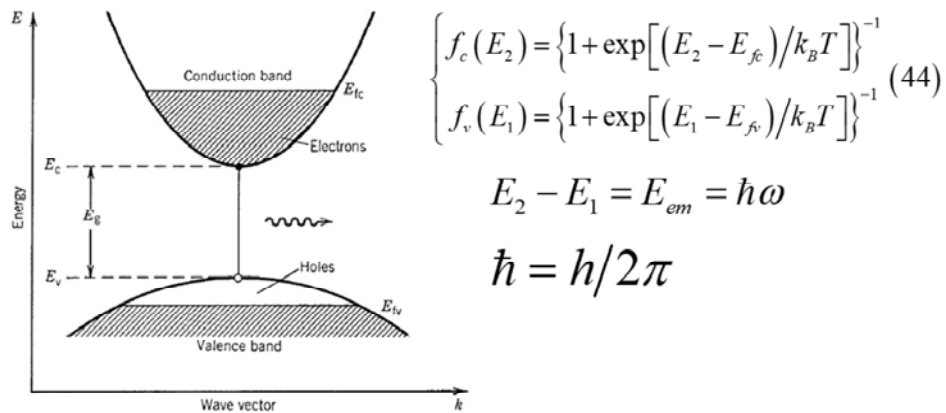
Din relatia (43) rezulta ca laserele rebuie sa opereaze departe de o stare de echilibru. Acest lucru se obtine pompind laserul cu o sursa exterioara de energie.

Chiar si in cazul pomparii sistemului atomic din exterior, emisia stimulata poate sa nu fie dominanta deoarece ea trebuie sa concureze cu procesul de absorbtie.

R_{stim} poate depasi R_{abs} doar daca $N_2 > N_1$. Aceasta conditie reprezinta inversiunea de populatie; conditie care nu poate fi realizata la echilibru termic.

In sistemele atomice, aceasta inversiune de populatie se realizeaza folosind scheme de pompaj cu 3 sau 4 nivele, astfel incit sursa de energie externa trece pupulatia atomica din starea de baza in starea excitata , care are o energie mai mare decit E_2 .

Absorbția și emisia în semiconductori

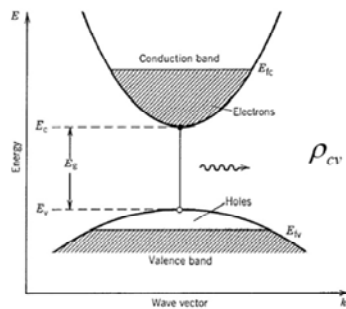


Emisia și absorbția în semiconductori trebuie să ia în considerare benzile de energie.

Emisia spontană poate avea loc doar dacă starea de energie E_2 este ocupată de un electron, iar starea de energie E_1 este goală (adică ocupată cu un gol).

Probabilitatea ca un electron să ocupe un nivel de energie în banda de conducție sau banda de valență este dată de distributia Fermi-Dirac, relațiile (44), E_{fc} și E_{fv} fiind nivele Fermi.

Absorbția și emisia în semiconductori - 2



$$\rho_{cv} = \frac{(2m_r)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} (h\nu - E_g)^{1/2}, \quad m_r = m_c m_v / (m_c + m_v) \quad (45)$$

$$R_{spon}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} A(E_1, E_2) f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \rho_{cv} dE_2 \quad (46)$$

$$R_{stim}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} B(E_1, E_2) f_c(E_2) [1 - f_v(E_1)] \rho_{cv} \rho_{em} dE_2 \quad (47)$$

$$R_{abs}(\omega) = \int_{E_c}^{\infty} B(E_1, E_2) f_v(E_1) [1 - f_c(E_2)] \rho_{cv} \rho_{em} dE_2 \quad (48)$$

Viteza totală de emisie spontană, R_{spon} , la frecvența ω , este obținută sumând peste toate tranzițiile posibile între cele două benzi, pentru care $E_2 - E_1 = E_{em} = h\nu$. E_{em} este energia fotonului emis. Rezultatul este (46).

ρ_{cv} este densitatea reunită de stări, definită ca numărul de stări pe unitatea de volum și pe unitatea de interval de energie, expresia ei fiind (45). În această relație, E_g este banda interzisă și m_r este masa redusă, în care m_c și m_v sunt masele efective ale electronilor și golurilor în banda de conducție și, respectiv, banda de valență. ρ_{cv} nu depinde de E_2 , dar A depinde de E_2 .

Relațiile analoge pentru emisia stimulată și absorbție sunt (47) și (48), unde ρ_{em} este densitatea spectrală a fotonilor.

Inversiunea de populatie

$$R_{stim} > R_{abs} \quad (49)$$

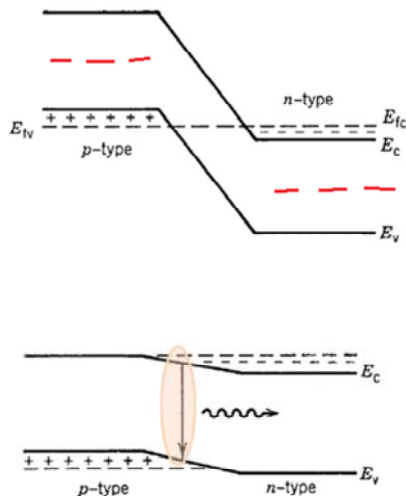
$$f_c(E_2) > f_v(E_1)$$

$$E_{fc} - E_{fv} > E_2 - E_1 > E_g \quad (49a)$$

Inversiunea de populatie se obtine cind avem satisfacuta relatia (49).

Deoarece valoarea minima a diferentei $E_2 - E_1$ este E_g , separarea dintre nivelele Fermi trebuie sa fie mai mare decit banda interzisa pentru ca inversiunea de populatie sa poata aparea. La echilibru termic, cele doua nivele Fermi coincide ($E_{fc} = E_{fv}$). Ele pot fi separate prin pomparea de energie in semiconductor dintr-o sursa exterioara. Modul cel mai convenabil de a face acest lucru este de a folosi o jonctiune p-n polarizata direct.

Homo-jonctiunea p-n



$$I = I_S [\exp(qV/kT) - 1] \quad (50)$$

Orice sursă optică de lumină se bazează pe o jonctiune p-n. Un semiconductor este făcut de tip n prin doparea cu impurități a caror atomi au cu 1 electron de valență mai mult decât atomii de semiconductor. În cazul tipului p, au cu 1 electron mai puțin. În cazul semiconductorului de tip n, electronii în exces ocupă stările din banda de conducție, normal goală de electroni în semiconductorul nedopat (numit *si intrinsic*). Nivelul Fermi, E_{Fc} , care se află în mijlocul benzii interzise în cazul semiconductorului intrinsec, se deplasează spre banda de conducție pe măsura ce crește concentrația de dopant. În semiconductorii puternic dopați, nivelul Fermi se află în interiorul benzii de conducție; un asemenea semiconductor se spune că este *degenerat*.

Similar, nivelul Fermi, E_{Fv} , se deplasează spre banda de valență pentru un semiconductor de tip p și se află în interiorul ei pentru semiconductorii puternic dopați.

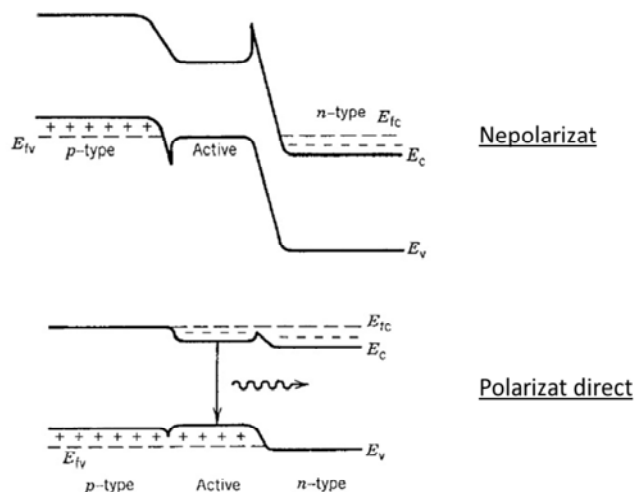
La echilibru termic, nivelul Fermi trebuie să fie o linie continuă în lungul jonctiunii p-n. Aceasta se obține prin difuzia electronilor și golurilor în lungul jonctiunii. Impuritățile încărcate electric lasate în urmă determină apariția unui câmp electric care se opune continuării difuziei de electroni și goluri în starea de echilibru termic.

Pe figura se arată diagrama de benzi de energie pentru o jonctiune p-n aflată în echilibru termic și aflată sub o polarizare directă (non-echilibru).

Când o jonctiune p-n este polarizată direct prin aplicarea unei tensiuni din exterior, câmpul intern este redus. Aceasta reducere determină reînceperea procesului de difuzie a electronilor și golurilor în lungul jonctiunii. Astfel prin jonctiune începe să circule un curent electric ca urmare a difuziei purtătorilor. Acest curent, I , crește exponențial cu tensiunea aplicată V , conform relației (50). I_s este curentul de saturație care depinde de coeficienții de difuzie asociați cu electronii și golurile. Așa cum se vede pe figura, într-o regiune din jurul jonctiunii (cunoscută ca regiunea saracită), electronii și golurile sunt prezente simultan când jonctiunea p-n este polarizată direct. Acești electroni și goluri se pot recombină prin emisie spontană sau stimulată și generează lumină într-o sursă optică.

Jonctiunea p-n din figura este numită *homojonctiune* deoarece același material semiconductor este utilizat de ambele părți ale jonctiunii. Problema cu homojonctiunea este că recombinarea electron-gol are loc într-o regiune relativ largă ($\sim 1 - 10$ micrometri), determinată de lungimea de difuzie a electronilor și golurilor. Deoarece purtătorii nu sunt confinați în imediata vecinătate a jonctiunii, este dificil să realizăm densități mari de purtători.

Hetero-jonctiunea p-n



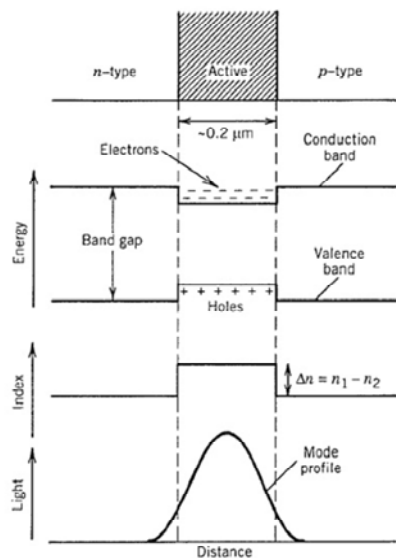
Aceasta problema de confinare a purtătorilor o putem rezolva intercalind un al treilea strat subtire, între straturile de tip p și de tip n, care să aibă o lățime a benzii interzise mai mică decât a straturilor care-l înconjoară. Acest strat intermediar poate fi intrinsec sau dopat.

Rolul acestui strat suplimentar este de a confina purtătorii injectați în interiorul său la o polarizare directă. Confinarea purtătorilor are loc ca rezultat al discontinuității benzii interzise la jonctiunea dintre doi semiconductori care au aceeași structură cristalină (aceeași constantă a rețelei) dar benzi interzise diferite. Asemenea jonctiuni sunt numite heterojonctiuni, iar dispozitivele sunt numite heterostructuri duble.

Deoarece grosimea stratului intermediar poate fi controlată extern (tipic ~ 0.1 microni), se poate realiza o densitate mare de purtători la un curent injectat dat.

În figura se arată diagrama de benzi pentru o dublă heterostructură cu și fără polarizare directă.

Confinarea simultana a purtatorilor si cimpului



Aceasta problema de confinare a purtatorilor o putem rezolva intercalind un al treilea strat subtire, intre straturile de tip p si de tip n, care sa aiba o latime a benzii interzise mai mica decat a straturilor care-l inconjoara. Acest strat intermediar poate fi intrinsec sau dopat.

Rolul acestui strat suplimentar este de a confina purtatorii injectati in interiorul sau la o polarizare directa. Confinarea purtatorilor are loc ca rezultat al discontinuitatii benzii interzise la jonctiunea dintre doi semiconductori care au aceeasi structura cristalina (aceeasi constanta a retelei) dar benzi interzise diferite. Asemenea jonctiuni sunt numite heterojonctiuni, iar dispozitivele sunt numite heterostructuri duble.

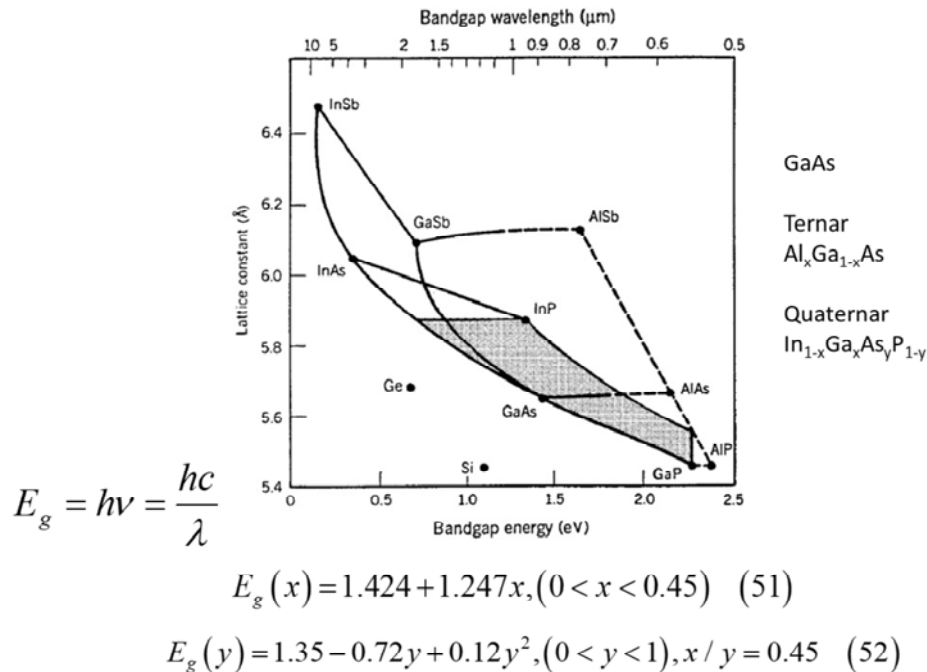
Deoarece grosimea stratului intermediar poate fi controlata extern (tipic ~ 0.1 microni), se poate realiza o densitate mare de purtatori la un current injectat dat.

Utilizarea unei heterojonctiuni in sursele de lumina este dublu avantajoasa.

- 1) Diferenta dintre benzile interzise a celor doi semiconductori ajuta la confinarea purtatorilor in stratul intermediar, numit si stratul activ, deoarece lumina este generata in interiorul sau ca rezultat a recombinarii electron-gol.
- 2) Stratul activ are si un indice de refractie usor mai mare decat straturile inconjuratoare de tip p si n, pentru simplul motiv ca are o banda interzisa mai mica. Prin urmare, stratul activ functioneaza ca un ghid dielectric si va suporta moduri optice a caror numar poate fi controlat prin schimbarea grosimii stratului activ (similar cu modurile suportate de o fibra optica). Esential este ca heterostructura confineaza si lumina generate in stratul active datorita indicelui sau de refractive mai ridicat.

In figura se ilustreaza schematic confinarea simultana a purtatorilor de sarcina si a luminii in regiunea activa a unei heterostructuri.

Materialle semiconductoare



Aproape orice semiconductor direct poate fi utilizat pentru a realiza o homojonctiune p-n capabila sa emita lumina prin emisie spontana. Alegerea este considerabil limitata, totusi, in cazul heterostructurilor, deoarece performanta lor depinde de calitatea interfetei heterojonctiunii dintre doi semiconductori cu benzi interzise diferite. Pentru a micsora formarea defectelor de retea, constanta de retea a celor doua materiale trebuie sa fie diferita cu cel mult 0.1%. Natura nu ofera semiconductori a caror constante de retea sa fie atat de precis egale. Totusi, ei pot fi fabricati prin formarea de compusi ternary sau cuaternari, in care o fractie din locurile retelei dintr-un semiconductor natural binar (de ex. GaAs) sunt inlocuite de alte elemente. In cazul GaAs, un compus ternar $Al_xGa_{1-x}As$ poate fi realizat prin inlocuirea unei fractii x de atomi de Ga cu atomi de Al. Semiconductorul astfel obtinut are aproape aceeasi constanta a retelei, dar o banda interzisa mai mare. Banda interzisa depinde de fractia x si poate fi aproximata printr-o relatie liniara de forma (51), unde E_g este exprimat in eV.

In figura, punctele sunt semiconductorii binari, iar liniile dintre ele corespund la semiconductori ternari. Partea punctata a liniei indica ca, compusul ternar este indirect. Aria unui polygon inchis corespunde la compusii cuaternari. Banda acestora nu este neaparat directa. Ariile hasurate indica compusii ternari si cuaternari cu banda directa, formati prin folosirea elementelor Indiu, Galiu, Arsen si Posfor.

Linia orizontala care leaga GaAs si AlAs corespunde la compusul ternar $Al_xGa_{1-x}As$, a carui banda este directa pentru valori ale lui x pina la 0.45. Stratul activ si de teaca sunt formati astfel incit x este mai mare pentru teaca comparativ cu valoarea sa in stratul activ. Lungimea de unda a luminii emise este determinate de banda interzisa, deoarece fotonul are o energie aproximativ egala cu banda interzisa.

De exemplu, lungimea de unda de ~ 0.87 micrometri este emisa de un strat activ facut din GaAs ($E_g = 1.424$ eV). Lungimea de unda poate fi redusa la 0.81 micrometri utilizind un strat activ cu $x = 0.1$. Sursele optice bazate pe GaAs emit tipic in acest interval, si au fost utilizate in prima generatie de sisteme optice.

In capitolul de fibre am vazut ca este preferabil ca sistemele de comunicatii sa functioneze pe lungimi de unda de 1.3 – 1.6 micrometri, unde atat dispersia cit si pierderile in fibre sunt considerabil reduse comparativ cu intervalul de 0.85 micrometri. Semiconductorul folosit pentru sursele optice din acest interval este InP. Asa cum vedem din linia orizontala care trece prin InP, banda poate fi redusa considerabil prin fabricarea de compusi cuaternari $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$, in timp ce constanta retelei ramine neschimbata, cea de la InP. Fractiile x si y nu pot fi alese arbitrar, ci in raportul $x/y = 0.45$, pentru a asigura constanta retelei. Banda compusilor cuaternari poate fi exprimata in functie doar de y , relatia (52). Cea mai mica banda interzisa se obtine pentru $y = 1$. Componenta ternara corespunzatoare este $In_{0.55}Ga_{0.45}As$ care emite lumina in jur de 1.65 micrometri ($E_g = 0.75$ eV). Printr-o alegere potrivita a fractiilor x si y , sursele $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ pot opera in intervalul 1.0 – 1.65 micrometri.

Jonctiune p-n

$$\eta_{\text{int}} = \frac{R_{rr}}{R_{\text{tot}}} = \frac{R_{rr}}{R_{rr} + R_{nr}} \quad (53)$$

$$R_{rr} = \frac{N}{\tau_{rr}}, R_{nr} = \frac{N}{\tau_{nr}} \quad (54) \rightarrow \quad \eta_{\text{int}} = \frac{\tau_{nr}}{\tau_{rr} + \tau_{nr}} \quad (55)$$

$$R_{rr} = R_{\text{spon}} + R_{\text{stim}} \quad (56)$$

$$R_{\text{spon}} + R_{nr} = \frac{N}{\tau_c} \quad (57)$$

$$\tau_c^{-1} = A_{nr} + BN + CN^2 \quad (58)$$

Cind o jonctiune p-n este polarizata direct, electronii si golurile sunt injectate in regiunea activa, unde se recombină pentru a produce lumina. In orice semiconductor, electronii si golurile se pot recombină si neradiativ.

Mecanismele de recombinare neradiativa sunt recombinarea pe capcane si defecte, recombinarea de suprafata si recombinarea Auger (recombinare in care energia eliberata in timpul recombinării este data unui alt electron sau gol ca energie cinetica, nu ca energie luminoasa). Acest ultim mecanism neradiativ este important in special pentru diodele laser semiconductoare care functioneaza in domeniul 1.3 – 1.6 microni, deoarece la aceste lasere banda interzisa a zonei active este relative mica.

Din punctul de vedere al functionării dispozitivului electro-luminescent, procesele neradiative sunt nedorite pentru ca ele reduc numărul de perechi electron-gol care pot emite lumina. Efectul lor este cuantificat prin *eficienta cuantica internă* a dispozitivului (53), unde R_{rr} este viteza de recombinare radiativa, iar R_{nr} este viteza de recombinare neradiativa, iar $R_{\text{tot}} = R_{rr} + R_{nr}$ este viteza de recombinare totala. Daca folosim timpii de recombinare, obținem relațiile (54), unde N este densitatea de purtatori.

Timpii de recombinare radiativa si neradiativa variaza de la semiconductor la semiconductor. In general, τ_{rr} si τ_{nr} sunt comparabili pentru semiconductorii directi, in timp ce τ_{nr} este doar o mica parte ($\sim 10^{-5}$) din τ_{rr} pentru semiconductorii indirecti.

Un semiconductor este numit direct daca minimul benzii de conductie si maximul benzii de valenta au loc pentru aceeasi valoare a vectorului de unda al electronilor. Probabilitatea recombinării radiative este mare pentru asemenea semiconductor, deoarece este usor sa se conserve atit energia cit si momentul in timpul recombinării electron-gol.

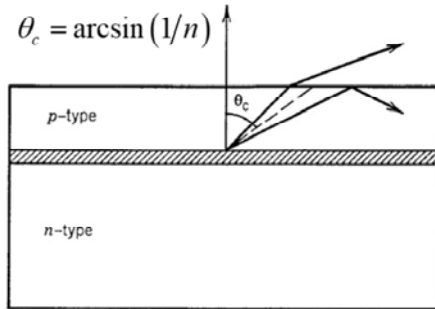
Prin contrast, semiconductorii indirecti necesita asistenta unui fonon pentru conservarea momentului in timpul recombinării electron-gol. Acest comportament reduce probabilitatea de recombinare radiativa si creste τ_{rr} comparativ cu τ_{nr} . In aceste conditii este evident ca $\eta_{\text{int}} \ll 1$. Tipic $\eta_{\text{int}} \sim 10^{-5}$ pentru Si si Ge. Ambii semiconductori nu sunt potriviti pentru sursele optice deoarece sunt indirecti. Pentru semiconductorii directi ca GaAs si InP, $\eta_{\text{int}} \sim 0.5$ si se apropie de 1 cind domina emisia stimulata.

Viteza de recombinare radiativa poate fi scrisa ca (56), deoarece recombinarea radiativa are loc prin emisie stimulata ca si prin cea spontana.

Pentru LED, R_{stim} este neglijabila comparativ cu R_{spon} si R_{rr} poate fi inlocuit cu R_{spon} . Tipic, R_{spon} si R_{rr} sunt comparabile ca marime, ceea ce conduce la o eficienta cuantica internă de cca. 50%. Totusi, η_{int} se apropie de 100% daca in semiconductor domina emisia stimulata pe masura ce creste puterea emisa.

Este util sa definim o marime numita *timp de viață al purtătorilor*, τ_c , astfel incit el sa reprezinte timpul total de recombinare al purtătorilor in absenta recombinării stimulate. El este definit prin (57), unde N este densitatea de purtatori. Daca R_{spon} si R_{nr} variaza linear cu N , τ_c devine o constanta. In practica, ambii cresc neliniar cu N , relatia (58), A_{nr} este coeficientul neradiativ datorat recombinării pe defecte si capcane, B este coeficientul recombinării spontane radiative si C este coeficientul Auger. Timpul de viață al purtătorilor devine astfel dependent de N si se calculeaza cu relatia (58). In ciuda dependentei de N , conceptul de timp de viață al purtătorilor este foarte util in practica.

LED



$$P_{\text{int}} = \eta_{\text{int}} \left(\frac{h\nu}{q} \right) I \quad (59)$$

$$P_{\text{ext}} = \eta_{\text{ext}} P_{\text{int}} = \eta_{\text{ext}} \eta_{\text{int}} \left(\frac{h\nu}{q} \right) I \quad (60)$$

$$\eta_{\text{ext}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\theta_c} T_f(\theta) (2\pi \sin \theta) d\theta \quad (61)$$

$$S(\theta) = S_0 \cos \theta \quad (64)$$

$$T_f(0) = 4n/(n+1)^2 \quad (62)$$

$$\eta_c = (NA)^2 \quad (65)$$

$$\eta_{\text{ext}} \approx \frac{1}{n(n+1)^2} \quad (63)$$

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{d P_{\text{ext}}}{P_{\text{elec}}} = \frac{P_{\text{ext}}}{V_0 I} = \eta_{\text{ext}} \eta_{\text{int}} \frac{h\nu}{qV_0} \quad (66) \xrightarrow{h\nu \approx qV_0} \eta_{\text{tot}} \approx \eta_{\text{ext}} \eta_{\text{int}} \quad (67)$$

În forma sa cea mai simplă, un LED este o homo-joncțiune p-n polarizată direct. Recombinarea radiativă a perechilor electron-gol în regiunea activă generează lumină. O parte din această scapă din dispozitiv și poate fi cuplată într-o fibră optică. Lumina emisă este necoerentă, cu o lățime spectrală relativ mare (30 – 60 nm) și o lățime unghiulară relativ mare.

Caracteristici Putere-Curent

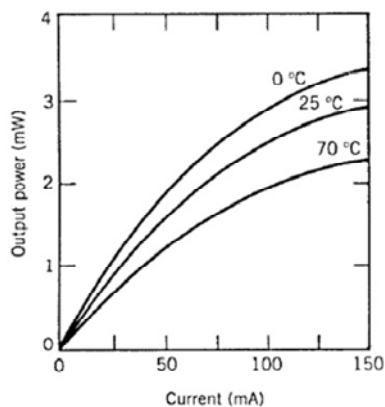
La un curent dat I , viteza de injectare a purtătorilor este I/q . În regim staționar, viteza de recombinare electron-gol prin procese radiative și neradiative trebuie să fie egală cu viteza de injectare a purtătorilor I/q . Deoarece eficiența cuantică internă determină fracția din perechile electron-gol care prin recombinare contribuie la emisia spontană, viteza de generare a fotonilor va fi $\eta_{\text{int}} I/q$. Puterea optică internă va fi deci dată de relația (59), unde $h\nu$ este energia fotonului. Dacă η_{ext} este fracția din fotoni care scapă din dispozitiv, puterea optică emisă va fi (60).

η_{ext} este eficiența cuantică externă. Ea poate fi calculată luând în considerare absorbția internă și reflexiile interne totale la interfața semiconductor-aer. Doar lumina emisă într-un con de unghi θ_c scapă din suprafața LED, n fiind indicele de refracție al semiconductorului. Absorbția internă poate fi evitată utilizând heterostructuri LED în care straturile teacă, care înconjură regiunea activă, să fie transparente la radiația generată. Eficiența cuantică externă se poate calcula cu relația (61). Transmisivitatea Fresnel depinde de unghiul θ . În cazul incidenței normale ($\theta = 0$), avem relația (62). Dacă înlocuim relația (62) în relația (61), obținem o aproximație a lui η_{ext} , relația (63). Pentru o valoare tipică, $n = 3.5$, $\eta_{\text{ext}} = 1.4\%$, ceea ce arată că doar o mică parte din puterea internă devine putere utilă în exterior.

Alte pierderi din puterea utilă se produc la cuplajul luminii emise în fibră optică. Pentru că lumina emisă este necoerentă, LED-ul acționează ca o sursă Lambertiană cu o distribuție unghiulară dată de rel. (64), unde S_0 este intensitatea în direcția $\theta = 0$. Eficiența de cuplaj a unei asemenea surse este dată de rel. (65). Deoarece apertură numerică pentru fibrele optice este tipic cuprinsă între 0.1 – 0.3, doar un mic procent din puterea emisă este cuplată în fibră. În mod normal, puterea lansată în fibră de un LED este cel mult 100 microW, chiar dacă puterea internă poate ușor depăși 10 mW.

O măsură a performanței unui LED este eficiența totală, Eq. (66), definită ca raportul dintre puterea optică emisă, P_{ext} , și puterea electrică consumată, P_{elec} , unde $P_{\text{elec}} = V_0 I$, V_0 fiind căderea de tensiune pe LED.

Responzivitatea LED



$$R_{LED} = \frac{P_{ext}}{I} = \eta_{ext} \eta_{int} \frac{\hbar \omega}{q} \quad (68)$$

O alta marime utilizata in cataloage pentru a caracteriza performanta unui LED este responzivitatea . Ea este definita in relatia (68).

Valori tipice pentru responzivitate sunt ~ 0.01 W/A. Responzivitatea ramine constanta atita timp cit se pastreaza o relatie liniara intre P_e si I . Motivul descresterii responzivitatii este cresterea temperaturii regiunii active.

Eficienta cuantica interna este in general dependenta de temperatura deoarece asistam la o crestere a ratei recombinarilor neradiative odata cu cresterea temperaturii.

Spectrul unui LED

$$R_{\text{spont}}(\omega) = A_0 \sqrt{\hbar\omega - E_g} \exp\left[-(\hbar\omega - E_g)/kT\right] \quad (69)$$

$$\hbar\omega = E_g + \frac{kT}{2} \quad (70)$$

$$\Delta\nu = 1.8 \frac{kT}{h} \quad (71)$$

$$\Delta\nu = \frac{1.8 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} (J/K) \cdot 300 (K)}{6.626 \cdot 10^{-34} (J \cdot s)} \approx 11.2 THz$$

$$\lambda = 850 nm$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{850 \cdot 10^{-9} m} = \frac{3}{85} \cdot 10^{16} Hz = 0.035 \cdot 10^{16} Hz = 350 THz$$

Spectrul LED-ului este dat de spectrul emisiei spontane $R_{\text{spont}}(\omega)$. În relația (69) avem o aproximare a acestui spectru, unde A_0 este o constantă, iar E_g este banda interzisă.

Se vede că maximumul spectrului se obține pentru relația (70), iar lățimea spectrului la jumătate din maximum (FWHM) va fi dată de relația (71). La temperatura camerei ($T = 300 K$), FWHM este în jur de 11 THz.

Datorită lățimii spectrale mari ($\lambda = 50 - 60 nm$), viteza de bit este limitată considerabil de dispersia fibrei, atunci când se folosește ca sursă un LED: 10 – 100 Mb/s pe distanțe de câțiva km.

Raspunsul la modulatie al LED-ului

$$\frac{dN}{dt} + \frac{N}{\tau_c} = \frac{I}{qV} \quad (72)$$

$$I(t) = I_b + I_m \exp(i\omega_m t) \quad (73)$$

$$N(t) = N_b + N_m \exp(i\omega_m t) \quad (74)$$

$$N_b = \tau_c I_b / qV \quad (75) \quad N_m(\omega_m) = \frac{\tau_c I_m / qV}{1 + i\omega_m \tau_c} \quad (76)$$

$$H(\omega_m) = \frac{N_m(\omega_m)}{N_m(0)} = \frac{1}{1 + i\omega_m \tau_c} \quad (77)$$

$$f_{3dB_optic} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\tau_c} \quad (78)$$

$$f_{3dB_electric} = \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad (79)$$

Raspunsul la modulatie al LED-ului depinde de dinamica purtatorilor si este limitat de timpul de viata al purtatorilor, τ_c . Acest raspuns poate fi dedus utilizind o ecuatie de viteza pentru densitatea purtatorilor N . Deoarece electronii si golurile sunt injectate in perechi si se recombină in perechi, este suficient sa consideram ecuatia de dinamica pentru un singur tip de purtatori. Aceasta ecuatie trebuie sa includa toate mecanismele prin care electronii apar si dispar in regiunea activa. Ea are forma din relatia (72), in care ultimul termen include ambele procese: radiativ si neradiativ.

Consideram un semnal modulator sinusoidal care moduleaza curentul injectat, relatia (73), unde I_b este curentul de polarizare, I_m este curentul de modulatie si ω_m este frecventa de modulatie. Deoarece ecuatia (72) este liniara, solutia generala poate fi scrisa sub forma (74), unde in constantele (75) si (76), V este volumul regiunii active.

Puterea modulatorie P_m este dependenta liniar de N_m . Prin urmare, functia de transfer a LED este definita prin relatia (77).

Prin analogie cu fibra optica, banda de modulatie la 3-dB este definita ca frecventa de modulatie la care $\text{mod}(H_m)$ scade cu 3 dB, sau un factor egal cu 2. Rezulta relatia (78).

Tipic, τ_c este in intervalul 2 – 5 ns pentru LED pe InGaAsP. Banda de modulatie corespunzatoare este intre 50 – 140 MHz.

De precizat ca relatia (78) indica banda optica deoarece f_{3dB} este definita ca frecventa la care puterea optica este redusa cu 3 dB (adica la jumatate).

Banda electrica corespunzatoare este frecventa la care $\text{mod}(H_m)^2$ se reduce cu 3 dB adica este data de relatia (79).

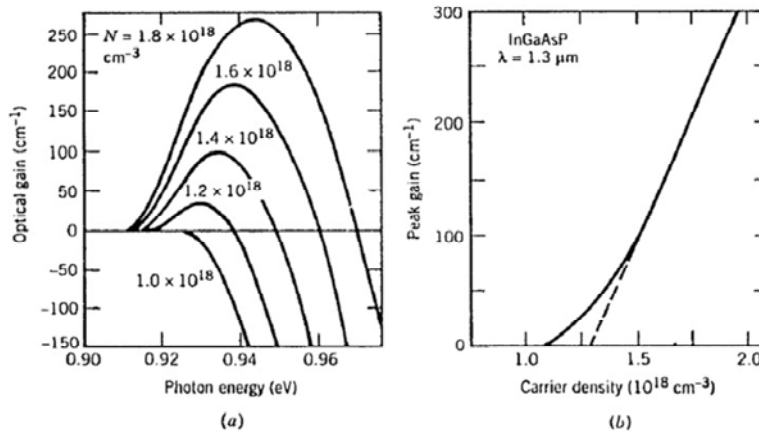
Dioda LASER

- Emit puteri mari (~100 mW)
- Emit lumina coerenta
- Fascicolul emis are o imprastiere unghiulara mica
- Latimea spectrului este mica
- Modulatia directa a diodei laser pina la frecvente mari (~ 25 GHz)

Diodele laser emit lumina prin emisie stimulata. Datorita diferentelor fundamentale intre emisia stimulata si cea spontana, diodele laser au urmatoarele avantaje:

- emit puteri mari (~100 mW)
- emit lumina coerenta
- fascicolul emis are o imprastiere unghiulara mica, ceea ce permite o eficienta mai mare a cuplajului intr-o fibra monomod (~ 50%)
- latimea spectrului este mica permite functionarea la viteze mari (~ 10 Gb/s)
- modulatia directa a diodei laser pina la frecvente mari (~ 25 GHz), din cauza unui timp de recombinare mai scurt in cazul emisiei stimulate.

Cistigul optic



$$g_p(N) = \sigma_g (N - N_T) \quad (80)$$

Emisia stimulata domina doar atunci cind conditia de inversiune de populatie este satisfacuta. Pentru laserele semiconductoare aceasta conditie este satisfacuta dupind straturile teaca de tip p si tip n foarte puternic astfel incit separarea nivelelor Fermi sa fie mai mare decit banda interzisa., sub polarizare directa a jonctiunii p-n.

Cind densitatea de purtatori injectati in regiunea activa depaseste o anumita valoare, numita valoare de transparenta, inversiunea de populatie este realizata si regiunea activa prezinta un cistig optic: un semnal de intrare care se propaga in interiorul acestui strat activ va fi amplificat cu $\exp(gz)$, unde g este coeficientul de cistig. g este proportional cu $(R_{\text{stim}} - R_{\text{abs}})$.

In fig.(a) vedem cistigul calculat numeric pentru un strat activ de InGaAsP la lungimea de unda de 1.3 microni, pentru diferite valori ale densitatii de purtatori injectati, N . Pentru $N = 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $g < 0$, deoarece inversiunea de populatie nu a aparut inca. Pe masura ce N creste, g devine pozitiv intr-un spectru care la rindul sau creste cu N . Valoarea de virf a cistigului, g_p , creste si ea cu N si se deplaseaza spre energiile mai mari. Variatia lui g_p cu N este aratata in fig.(b). Pentru $N > 1.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, g_p variaza aproape liniar cu N . Figurile arata ca cistigul optic in semiconductori creste repede din momentul in care inversiunea de populatie s-a realizat. Datorita acestui cistig, laserele semiconductoare pot fi fabricate cu dimensiuni fizice mai mici de 1 mm.

Dependenta aproape liniara a lui g_p de N sugereaza relatia (80), in care N_T este valoare de transparenta a densitatii purtatorilor si σ_g este cistigul diferential. Valorile tipice pentru N_T si σ_g , pentru InGaAsP, sunt in intervalul $1.0 - 1.5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ si respectiv $2 - 3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$.

Laserele semiconductoare cu o valoare mai mare pentru σ_g performeaza mai bine deoarece aceeasi valoare a cistigului poate fi realizata la o densitate de purtatori mai mica, cea ce inseamna la un curent injectat mai mic. In lasere semiconductoare cu groapa cuantica, σ_g este tipic de doua ori mai mare.

Reactia si pragul LASER

$$R_m = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (81)$$

$$E_0 \exp(gL) \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha_{\text{int}} L) \exp(2ikL) = E_0 \quad (82)$$

$$\begin{cases} g = \alpha_{\text{int}} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) = \alpha_{\text{int}} + \alpha_{\text{mir}} = E_0 \\ 2kL = 2m\pi \quad \text{sau} \quad \nu = \nu_m = mc/2nL \end{cases} \quad (83)$$

$$g = \Gamma g_m \quad (84)$$

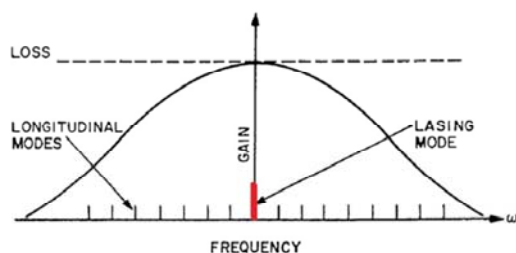
Cistigul optic nu este suficient pentru functionarea laserului. Celalalt ingredient este reactia optica, care transforma amplificatorul in oscilator. In cele mai multe lasere, reactia este obtinuta introducind mediul activ in interiorul unei cavitati Fabry-Perot formata prin utilizarea a doua oblinzi. In cazul laserelor semiconductoare, rolul acestor oglinzi este jucat de cele doua fete clivate ale cipului. Reflectivitatea acestor oglinzi este data de relatia (81), unde n este indicele de refractie a mediului activ. De exemplu, pentru $n = 3.5$, reflectivitatea fetelor este 30%. Desi cavitatea FP, formata din cele doua plane clivate, are pierderi importante, cistigul mediului activ este suficient de mare pentru ca aceste pierderi sa fie tolerabile.

Conceptul de prag laser poate fi inteles observind ca o anumita parte din fotonii generati prin emisie stimulata sunt pierduti datorita pierderilor cavitatii si deci trebuie mereu inlocuiti. Daca cistigul optic nu este suficient de mare pentru a compensa pierderile cavitatii, populatia de fotoni nu poate fi crescuta. Astfel, este necesar un cistig minim pentru ca un laser sa functioneze. Aceasta valoare minima se realizeaza prin pomparea laserului peste nivelul de prag. Curentul necesar pentru a atinge pragul este numit curent de prag.

Pentru a obtine conditia de prag o cale simpla este sa analizam modificarea amplitudinii unei unde plane in timpul calatoriei ei prin regiunea activa. Considerind o unda plana de amplitudine E_0 , frecventa ω si numar de unde $k = n \cdot \omega / c$. In timpul unei calatorii dus-intors, amplitudinea creste cu $\exp[(g/2)(2L)]$ datorita cistigului (g este cistig in putere) iar faza ei se modifica cu $2kL$, unde L este lungimea cavitatii laserului. In acelasi timp, amplitudinea se modifica cu $\sqrt{R_1 R_2} \cdot \exp(-\alpha_{\text{int}} L)$ datorita reflexiei pe fetele laserului si datorita pierderilor interne formate din absorbtia purtatorilor liberi, imprestiere, etc.

In regim stationar, unda plana trebuie sa ramina nemodificat, ceea ce conduce la relatia (82). Egalind modulul si faza in cei doi membri, obtinem relatiile (83). De mentionat ca g nu este acelasi lucru cu cistigul materialului prezentat in fig.(a) din slide precedent. Modurile optice se extind si dincolo de regiunea activa, in timp ce cistigul g exista doar in interiorul ei. Prin urmare avem relatia (84) in care gamma este factorul de confinare a regiunii active, care are o valoare tipica < 0.4 .

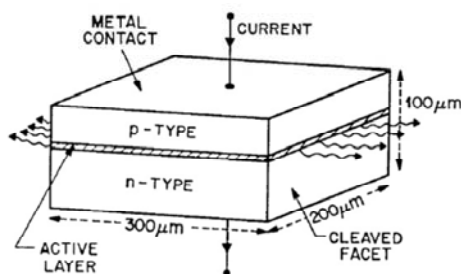
Moduri longitudinale



$$\Delta \nu_L = c/2nL \quad (85)$$

$$\Delta \nu_L = c/2n_g L \quad (86)$$

$$n_g = n + \omega (dn/d\omega) \quad (87)$$



Conditia de faza arata ca frecventa laser ν trebuie sa fie egala cu una din frecventele ν_m , unde m este un numar intreg. Aceste frecvente corespund modurilor longitudinale si sunt determinate de lungimea optica ($n \cdot L$). Spatierea intre modurile longitudinale este constanta, relatia (85), daca dependenta de frecventa a indicelui de refractie, n , este ignorata. Daca se include dispersia de material, atunci spatierea este data de relatia (86) in care n_g este indicele de refractie de grup, dat de relatia (87). Tipic, spatierea este 100 – 200 GHz pentru $L = 200 - 400$ micrometri.

Un laser semiconductor cu cavitare Fabry-Perrot emite lumina sub forma a mai multor moduri longitudinale ale cavitatii. Spectrul cistigului $g(\omega)$ este suficient de larg (~ 10 THz) pentru ca mai multe moduri longitudinale ale cavitatii FP sa prezinte, simultan, cistigul necesar.

Modul cel mai apropiat de maximul cistigului devine modul dominant.

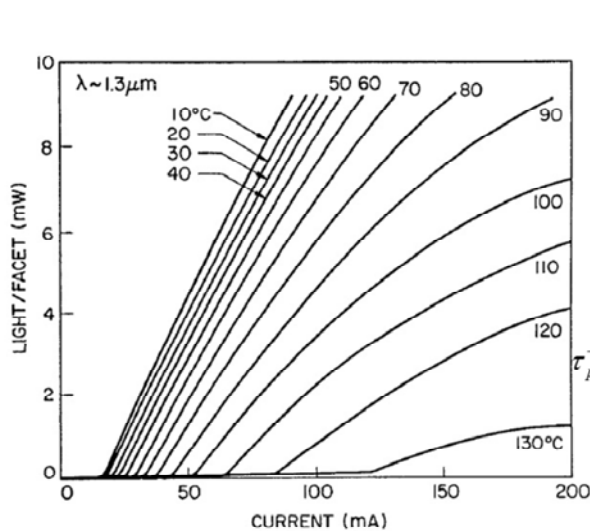
In conditii ideale, celelalte moduri nu ar trebui sa atinga pragul pentru ca cistigul lor ar ramine tot timpul mai mic decit cistigul modului principal. Practic, diferenta este foarte mica si unul sau doua moduri vecine, de pe fiecare parte a modului principal, poarta o parte importanta a puterii laserului, impreuna cu modul principal.

Un asemenea laser se numeste laser semiconductor multimod. Deoarece fiecare mod se propaga in interiorul fibrei cu viteze usor diferite, din cauza dispersiei de grup, natura multimod a laserelor limiteaza produsul distanta – viteza la valori sub 10 (Gb/s)-km, pentru sisteme care functioneaza pe 1.55 micrometri.

Caracteristicile laser

- Caracteristici in unda continua
- Caracteristici de modulare, la semnal mic
- Caracteristici de modulare la semnal mare
- Zgomotul laserului

Caracteristicile laser in unde continua



$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \quad (88)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP \quad (89)$$

$$G = \Gamma v_g g_m = G_N (N - N_0) \quad (90)$$

$$G_N = \Gamma v_g \sigma_g / V, \quad N_0 = N_T V$$

$$\tau_p^{-1} = v_g \alpha_{cav} = v_g (\alpha_{mir} + \alpha_{int}) \quad (91)$$

$$I_{th}(T) = I_0 \exp(T/T_0) \quad (92)$$

$$R_{sp} = n_{sp} G$$

Ecuatiile dinamice pot fi scrise euristic considerind diverse fenomene fizice prin care un numar P de fotoni, si un numar N de electroni, se modifica in timp, in interiorul regiunii active.

Pentru un laser mono-mod, aceste ecuatii sunt (88)-(89). G este rata emisiei stimulate si R_{sp} este rata emisiei spontane, in modul laser. De mentionat ca R_{sp} este mult mai mic decat rata totala in emisia spontana – $R_{spon}(\omega)$. Motivul este ca emisia spontana are loc in toate directiile, intr-un spectru larg ($\sim 30 - 40$ nm), dar doar o mica fractie din ea, care se propaga in lungul axei cavitatii si emisa la frecventa laser, contribuie in mod real la eq. (88). De fapt, R_{sp} si G sunt legati prin relatia $R_{sp} = n_{sp} G$, unde n_{sp} este factorul emisiei spontane, avind valoarea in jur de 2 pentru un laser semiconductor.

In ecuatia (90), v_g este viteza de grup, Γ este factorul de confinare si g_m este cistigul materialului la frecventa modului. Ultimul termen in relatia (88) ia in considerare pierderile de fotoni in cavitate. Parametrul τ_p este referit ca timp de viata a fotonilor. Acest timp de viata este legat de pierderile in cavitate, α_{cav} , prin relatia (91).

Cei trei termeni din relatia (89) indica vitezele cu care electronii sunt creati sau distrusi in regiunea activa.

Curba P-I descrie proprietatile de emisie ale laserului semiconductor. Curbele din figura sunt pentru un laser pe InGaAsP, la 1.3 microni si temperaturi intre 10 – 130 C. La temperatura camerei, pragul este atins la cca. 20 mA, laserul putind emite 10 mW, prin fiecare fata, la un curent aplicat de 100 mA.

Performantele laserului se degradeaza cu cresterea temperaturii. Curentul de prag creste exponential cu temperatura, rel. (92), unde I_0 este o constanta si T_0 este o *temperatura caracteristica*. Pentru lasere din InGaAsP, T_0 este tipic intre 50 – 70 K. Din cauza sensibilitatii la temperatura, adesea este necesar sa controlam temperatura cu ajutorul unui radiator termoelectric.

Caracteristicile P-I a laserului

$$I_{th} = \frac{qN_{th}}{\tau_c} = \frac{q}{\tau_c} \left(N_0 + \frac{1}{G_N \tau_p} \right) \quad (93)$$

$$G\tau_p < 1, P = 0, N = \tau_c I / q$$

$$G\tau_p = 1, N_{th} = N_0 + (G_N \tau_p)^{-1}$$

$$P = (\tau_p / q)(I - I_{th}), \quad I > I_{th} \quad (94)$$

$$P_e = \frac{1}{2} (v_g \alpha_{mir}) \hbar \omega P \quad (95)$$

$$P_e = \frac{\hbar \omega}{2q} \frac{\eta_{int} \alpha_{mir}}{\alpha_{mir} + \alpha_{int}} (I - I_{th}) \quad (96)$$

$$\frac{dP_e}{dI} = \frac{\hbar \omega}{2q} \eta_d \quad cu \quad \eta_d = \frac{\eta_{int} \alpha_{mir}}{\alpha_{mir} + \alpha_{int}} \quad (97)$$

Solutia ecuatiilor de viteza poate fi simplificata daca se neglijeaza emisia spontana, $R_{sp} = 0$. Pentru curenti pentru care $G\tau_p < 1$, $P = 0$ si $N = \tau_c I / q$. Pragul este atins pentru curentul la care $G\tau_p = 1$. Populatia de purtatori este atunci limitata la valoarea de prag $N_{th} = N_0 + (G_N \tau_p)^{-1}$. Curentul de prag va fi dat de relatia (93).

Pentru $I > I_{th}$, numarul de fotoni P creste liniar cu I , rel.(94).

Puterea emisa P_e , este legata de P prin relatia (95). In relatia (95), $v_g \alpha_{mir}$ este viteza la care fotonii de energie $\hbar \omega$ scapa dintre fetele clivate. Factorul $\frac{1}{2}$ face P_e puterea emisa prin fiecare fata a cavitatii FP, la reflectivitati egale. Utilizind ecuatia (91_slide 37) si ecuatia (94) in ecuatia (95), obtinem ecuatia puterii emise (96), unde η_{int} este introdus fenomenologic pentru a indica fractia din electronii injectati care este convertita in fotoni prin emisie stimulata. In regimul peste prag, η_{int} este aproape 100% pentru majoritatea laserelor semiconductoare.

O marime de interes practic este panta caracteristicii P-I pentru $I > I_{th}$. Aceasta este numita eficienta laserului si este definita prin relatia (97). η_d este numit eficienta cuantica diferentiala

Eficienta cuantica externa a laserului

$$\eta_{ext} = \frac{rata_emisie_fotoni}{rata_injectie_electroni} = \frac{2P_e/\hbar\omega}{I/q} = \frac{2q}{\hbar\omega} \frac{P_e}{I} \quad (98)$$

$$\eta_{ext} = \eta_d \left(1 - \frac{I_{th}}{I} \right) \quad (99)$$

$$\eta_{tot} = \frac{2P_e}{V_0 I} \quad (100)$$

$$\eta_{tot} = \frac{\hbar\omega}{qV_0} \eta_{ext} \approx \frac{E_g}{qV_0} \eta_{ext} \quad (101)$$

Putem defini eficienta cuantica externa prin relatia (98)

Relatia (99) exprima legatura dintre η_{ext} si η_d . In general, $\eta_{ext} < \eta_d$, dar devin aproape egale pentru $I \gg I_{th}$.

Similar ca la LED, putem defini eficienta cuantica totala ca fiind relatia (100), unde V_0 este tensiunea aplicata pe laser. Eficienta cuantica totala se leaga de eficienta cuantica externa prin relatia (101).

In general, $\eta_{tot} < \eta_{ext}$ pe masura ce tensiunea aplicata depaseste E_g/q . Pentru laserele pe GaAs, η_d poate depasi 80% si η_{tot} poate fi cca. 50%. Pentru laserele pe InGaAsP, $\eta_d \sim 50\%$ si $\eta_{to} \sim 20\%$.

Modulatia laserului

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \end{array} \right. \quad (88)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP \end{array} \right. \quad (89)$$

$$I(t) = I_b + I_m f_p(t) \quad (102)$$

$$G = G_N (N - N_0) (1 - \varepsilon_{NL} P) \quad (103)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c \left[G_N (N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (104)$$

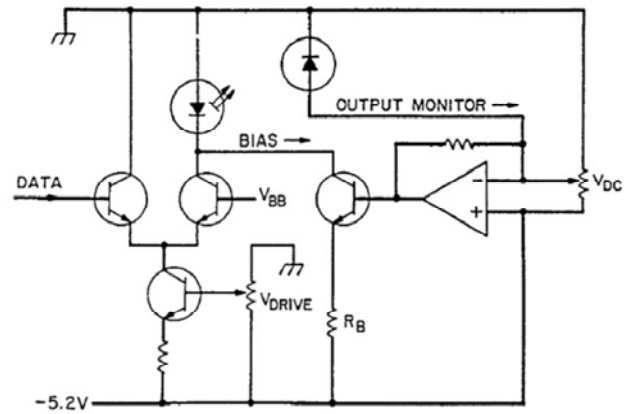
Raspunsul la modulatie a laserului semiconductor se poate studia folosind ecuatiile (88) si (89) in care curentul are forma din relatia (102) in care I_b este curentul de polarizare, I_m este curentul iar $f_p(t)$ reprezinta forma pulsului de current.

Doua modificari trebuie adaugate la aceste ecuatii.

Prima este modificarea expresiei cistigului G in forma din relatia (103), unde ε_{NL} este un parametru de neliniaritate care conduce la o usoara reducere a cistigului odata cu cresterea puterii emise P . Valoarea tipica a acestui parametru este $\varepsilon_{NL} \sim 10^{-7}$. Relatia (90) din slide 37 este valabila pentru $\varepsilon_{NL} P \ll 1$.

A doua modificare este legata de faptul ca ori de cite ori este modificat cistigul ca urmare a modificarii populatiei de purtatori N , se modifica si indicele de refractive al semiconductorului. Acest lucru face ca modulatia de amplitudine in laserele semiconductoare sa fie insotita in totdeauna de o modulatie de faza. Aceasta modulatie de faza poate fi luata in considerare incluzind ecuatia (104), in care β_c este *parametrul de cuplaj amplitudine-faza*.

Modulatia laserului



Modulatia de semnal mic

$$I_b > I_{th} , I_m \ll I_b - I_{th}$$

$$f_p(t) = \sin(\omega_m t) \quad (105)$$

$$\begin{cases} P(t) = P_b + |p_m| \sin(\omega_m t + \theta_m) \end{cases} \quad (106)$$

$$\begin{cases} N(t) = N_b + |n_m| \sin(\omega_m t + \psi_m) \end{cases} \quad (107)$$

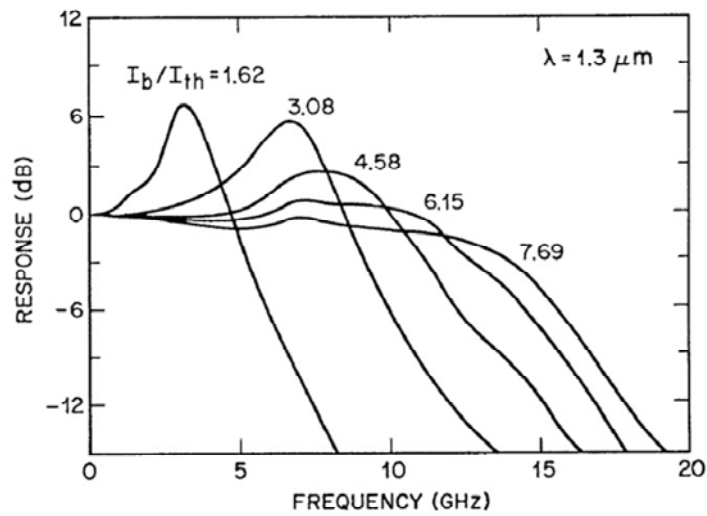
$$p_m(\omega_m) = |p_m| \exp(i\theta_m) = \frac{P_b G_N I_m / q}{(\Omega_R + \omega_m - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega_m + i\Gamma_R)} \quad (108)$$

$$\Omega_R = \sqrt{G G_N P_b - (\Gamma_P - \Gamma_N)^2 / 4} , \Gamma_R = (\Gamma_P + \Gamma_N) / 2 \quad (109)$$

$$\Gamma_P = R_{sp} / P_b + \varepsilon_{NL} G P_b , \Gamma_N = \tau_c^{-1} + G_N P_b \quad (110)$$

In cazul conditiilor de semnal mic, ecuatiile dinamice pot fi liniarizate si rezolvate analitic utilizind transformata Fourier pentru $f_p(t)$. Banda de modulatie pentru semnal mic se obtine considerind raspunsul laserului la modulatie sinusoidala, pentru care f_p este dat in relatia (105). Solutiile ecuatiilor dinamice sunt relatiile (106)-(107), unde P_b si N_b sunt valori stationare la curentul de polarizare I_b , p_m si n_m sunt modificari mici ce au loc datorita modulatiei curentului, iar θ_m si ψ_m sunt fazele asociate modulatiei de semnal mic. In particular avem relatia (108), unde Ω_R si Γ_R sunt frecventa si viteza de atenuare a oscilatiilor amortizate date de relatiile (109) si respective (110). Eficienta modulatiei scade atunci cind frecventa de modulatie depaseste Ω_R cu o valoare mare.

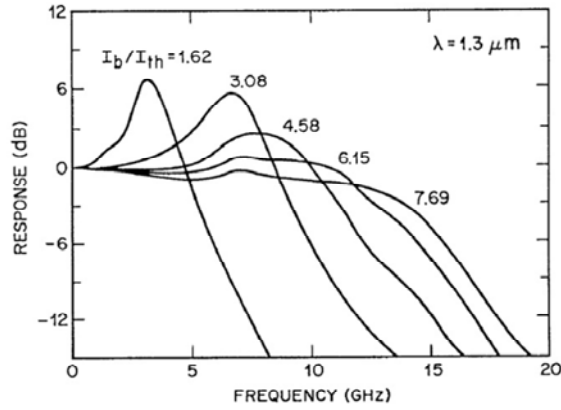
Functia de transfer



$$H(\omega_m) = \frac{p_m(\omega_m)}{p_m(0)} = \frac{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2}{(\Omega_R + \omega_m - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega_m + i\Gamma_R)} \quad (111)$$

Raspunsul la modulatie este plat ($H(\omega_m) \approx 1$) pentru frecvente $\omega_m \ll \Omega_R$, valoarea maxima se atinge pentru egalitate si apoi are loc o cadere brusca pentru $\omega_m \gg \Omega_R$.

Banda de modulatie



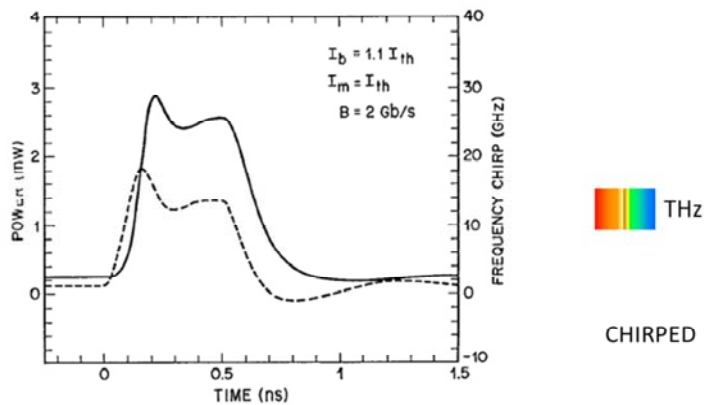
$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2 + 2(\Omega_R^4 + \Omega_R^2 \Gamma_R^2 + \Gamma_R^4)^{1/2}} \quad (112)$$

$$\Gamma_R \ll \Omega_R \Rightarrow f_{3dB} \approx \frac{\sqrt{3}\Omega_R}{2\pi} \approx \sqrt{\frac{3G_N P_b}{4\pi^2 \tau_p}} = \sqrt{\frac{3G_N}{4\pi^2 q}} (I_b - I_{th}) \quad (113)$$

Banda de modulatie la 3-dB, este definita ca frecventa de modulatie la care $\text{modul}(H(\omega_m))$ se reduce cu 3 dB (adica de 2 ori) comparativ cu valoarea din current continuu.

Relatia (113) arata ca banda de modulatie creste cu cresterea nivelului de polarizare, proportional cu $\sqrt{P_b}$ sau $\sqrt{(I_b - I_{th})}$.

Modulatia de semnal mare



$$\delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\beta_c}{4\pi} \left[G_N (N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (114)$$

Analiza de semnal mic nu se aplica in cazurile practice de utilizare a diodelor laser, in care dioda este polarizata aproape de prag si modulata cu mult peste prag pentru a obtine pulsuri de lumina reprezentind bitii de transmis.

In acest caz , ecuatiile dinamice trebuie rezolvate numeric. In figura se prezinta un exemplu pentru un laser polarizat cu $I_b = 1.1 I_{th}$ si modulat cu viteza de 2 Gb/s utilizind un un puls de current cu durata de 500 ps si amplitudinea $I_m = I_{th}$. Pulsul optic are un timp de crestere de ~100 ps si unul de cadere de ~300 ps.

Asa cum s-a mai mentionat, modulatia de amplitudine intr-un laser semiconductor este insotita de o modulatie de faza. O faza variabila in timp este echivalenta cu schimbari tranzitorii in frecventa modului de la valoarea stationara ν_0 . Un asemenea puls se numeste 'chirped'. Frecventa de chirp, $\delta\nu(t)$, se obtine din ecuatia de dinamica a fazei si are expresia (114).

In figura, curba punctata arata frecventa chirp in pulsul optic. Frecventa modului se deplaseaza spre albastru in preajma frontului anterior si spre rosu in preajma frontului posterior al impulsului optic. Aceasta deplasare inseamna ca spectrul pulsului este considerabil mai larg decit era de asteptat in absenta fenomenului.

Zgomotul in dioda LASER

$$\frac{dP}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} + F_P(t) \quad (115)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_c} - GP + F_N(t) \quad (116)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} \beta_c \left[G_N(N - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] + F_\phi(t) \quad (117)$$

$$\langle F_i(t) F_j(t') \rangle = 2D_{ij} \delta(t - t') \quad (118)$$

$$D_{PP} = R_{sp} P, D_{\phi\phi} = R_{sp} / 4P \quad (119)$$

Iesirea unui laser semiconductor prezinta fluctuatii in intensitate, faza si frecventa chiar si atunci cind laserul este polarizat la un current constant , cu fluctuatii neglijabile de current.

Mecanismele fundamentale de zgomot sunt emisia spontana si recombinarea electron-qol (zgomotul de alicie). Zgomotul in laserele semiconductoare este dominat de emisia spontana. Fiecare foton emis spontan adauga la cimpul coerent o mica componenta de cimp a carei faza este aleatorie si astfel perturba, atat amplitudinea cit si faza , in mod aleatoriu. Mai mult, asemenea evenimente de emisie spontana au loc aleatoriu cu o viteza de 10^{12} per secunda deoarece laserele semiconductoare au o valoare relative ridicata a lui R_{sp} . Rezultatul este ca intensitatea si faza luminii emise prezinta fluctuatii intr-o scara de timp de ordinal a 100 ps. Aceste fluctuatii de intensitate limiteaza raportul semnal-zgomot (SNR) , iar fluctuatiile de faza conduc la o latime finite a liniei spectrale atunci cind laserul este alimentat la current constant. Deoarece aceste fluctuatii afecteaza performanta sistemelor optice, este important sa evaluam marimea lor.

Ecuatiile de dinamica pot fi utilizate pentru studiul zgomotului laserului adaugind un termen de zgomot cunoscut sub numele de forta Langevin , ecuatiiile (115) – (117). Acestea sunt considerate procese Gaussiene cu medie zero si avind functia de corelatie de forma (118) (aproximarea Markov). $i, j = P, N, \Phi$, iar D_{ij} sunt coeficientii de difuzie dati in relatiile (119).

Zgomotul in dioda LASER - 2

$$C_{pp}(\tau) = \langle \delta P(t) \delta P(t+\tau) \rangle / \bar{P}^2 \quad (120)$$

$$RIN(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{pp}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (121)$$

$$RIN(\omega) = \frac{2R_{sp} \left\{ (\Gamma_N^2 + \omega^2) + G_N \bar{P} \left[G_N \bar{P} (1 + N/\tau_c R_{sp} \bar{P}) - 2\Gamma_N \right] \right\}}{\bar{P} [(\Omega_R - \omega)^2 + \Gamma_R^2] [(\Omega_R + \omega)^2 + \Gamma_R^2]} \quad (122)$$

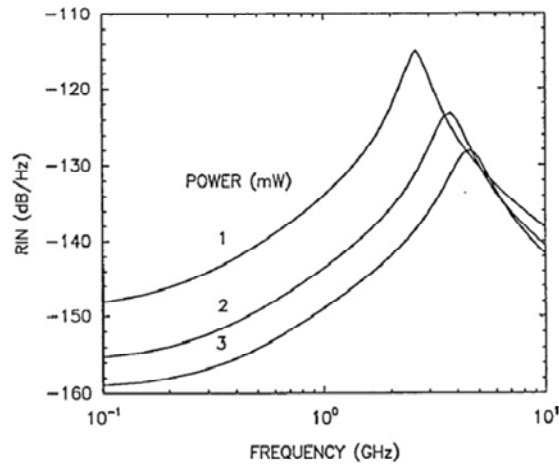
$$\Omega_R = \sqrt{GG_N \bar{P} - (\Gamma_P - \Gamma_N)^2 / 4}, \Gamma_R = (\Gamma_P + \Gamma_N) / 2 \quad (123)$$

$$\Gamma_R = R_{sp} / \bar{P} + \varepsilon_{NL} G \bar{P}, \Gamma_N = \tau_c^{-1} + G_N \bar{P} \quad (124)$$

Functia de autocorelatie a intensitatii luminii este definita prin relatia (120), unde $\delta P(t)$ reprezinta a mica fluctuatie. Transformata Fourier a functiei de autocorelatie este spectrul RIN (Relative Intensity Noise), relatia (121). RIN poate fi calculat liniarizind relatiile (1) si (2), din slide anterior, in δP si δN , folosind liniarizarea in domeniul frecventa si calculind media cu ajutorul relatiei (4) din slide anterior.

Obtinem relatia (122), unde Ω_R si Γ_R sunt frecventa si rata de atenuare a oscilatiilor amortizate, in care $\bar{P}$ a fost inlocuit cu $\langle P \rangle$, relatiile (123), (124).

Zgomotul in dioda LASER - 3



$$SNR = \frac{\bar{P}}{\sigma_p} = \frac{1}{\sqrt{C_{pp}(0)}} \quad (125) \quad SNR = \left(\frac{\varepsilon_{NL}}{R_{sp} \tau_p} \right)^{1/2} \bar{P} \quad (126)$$

In figura se prezinta RIN calculate la diferite nivele de putere pentru o diode laser pe InGaAsP la 1.55 microni. RIN creste considerabil linga frecventa oscilatiilor de relaxare Ω_R si descreste rapid pentru $\gg \Omega_R$.

In esenta, laserul actioneaza ca un filtru trece banda, avind banda Ω_R , asupra fluctuatiilor emisiei spontan. La o frecventa data, RIN descreste cu cresterea puterii laserului dupa o lege P^{-3} .

Pentru puteri mici, comportamentul se schimba dupa o lege P^{-1} .

Marimea de interes practice este SNR, definit ca in relatia (125). La nivele de putere peste citiva miliwati, SNR depaseste 20 dB si creste dupa legea din relatia (126)

Latimea liniei spectrale

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{EE}(t) \exp[-i(\omega - \omega_0)\tau] d\tau \quad (127)$$

$$\Gamma_{EE}(t) = \langle E^*(t) E(t+\tau) \rangle, \quad E(t) = \sqrt{P} \exp(i\phi) \quad (128)$$

$$\Gamma_{EE}(t) = \langle \exp[i\Delta\phi(t)] \rangle = \exp[-\langle \Delta\phi^2(\tau) \rangle / 2] \quad (129)$$

$$\langle \Delta\phi^2(\tau) \rangle = \frac{R_{sp}}{2P} \left[(1 + \beta_c^2 b) \tau + \frac{\beta_c^2 b}{2\Gamma_R \cos \delta} [\cos(3\delta) - e^{-\Gamma_R \tau} \cos(\Omega_R \tau - 3\delta)] \right] \quad (130)$$

$$b = \Omega_R / \sqrt{\Omega_R^2 + \Gamma_R^2}, \quad \delta = \arctan(\Gamma_R / \Omega_R) \quad (131)$$

$$\Delta\nu = R_{sp} (1 + \beta_c^2) / (4\pi P) \quad (132)$$

Spectrul luminii emise este legat de functia de autocorelatie a cimpului, Γ_{EE} , prin transformata Fourier, relatia (127). In relatia (128) este definite functia de autocorelatie a cimpului optic. Daca se neglijeaza fluctuatiile intensitatii, Γ_{EE} poate fi scrisa sub forma (129), unde $\Delta\Phi$ este considerat un process Gaussian. Varianta fazei poate fi calculate liniarizind ecuatiile de dinamica, rezultatul fiind dat in relatia (130), unde b si δ sunt date in relatiile (131).

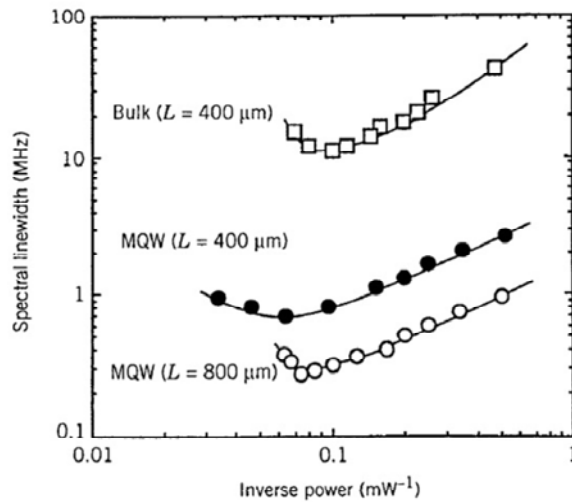
Spectrul este dominat de un maxim localizat la frecventa ω_0 si insotit de multi sateliti la frecventele $\omega_0 \pm m \Omega_R$, unde m este intreg. Amplitudinile satelitilor sunt cel mult 1% din amplitudinea maximului principal.

Acesti sateliti sunt dati de oscilatiile de relaxare, care sunt responsabile de termenul b .

Daca aceste oscilatii sunt neglijate, $b=1$ si functia de autocorelatie a cimpului scade exponential cu τ . In acest caz integrala (127) poate fi calculata analitic, iar spectrul este gasit a fi Lorentzian.

Latimea spectrala, $\Delta\nu$, a acestui spectru Lorentzian, definita la jumatate din maxim (FWHM) este data de relatia (132), unde s-a presupus $\Gamma_R \ll \Omega_R$. Latimea spectrala este crescuta printr-un factor egal cu $(1 + \beta^2)$ ca rezultat al cuplajului amplitudine-faza, guvernat de parametrul β ; acesta este motivul pentru care β se numeste factorul de crestere a latimii spectrale.

Latimea liniei spectrale



$\Delta\nu$ variaza cu L^{-2} , in care s-a inclus dependenta de Rsp si P.
L este lungimea cavitatii laserului.